# تخمین ماتریس مبداء-مقصد با استفاده از یک الگوریتم ابتکاری

**محمد پویان مهر**[1]**، سید نادر شتاب**[2]**، هادی کریمی**[3]

1- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی عمران-راه و ترابری، دانشگاه صنعتی اصفهان

2- استادیار دانشکده مهندسی صنایع و سیستمها، دانشگاه صنعتی اصفهان

3- کارشناس ارشد معاونت حمل و نقل و ترافیک شهرداری اصفهان

## چکیده

***هدف از انجام این پژوهش ارائه الگوریتمی می باشد که قادر به لحاظ کردن انواع محدودیت ها و اطلاعات شبکه در حین انجام فرآیند تخمین ماتریس مبداء-مقصدمی باشد. در این راستا الگوریتمی ارائه شد که بصورت نموی قادر به تخمین ماتریس مبداء-مقصد می باشد و بهمین دلیل به خودی خود قادر به باز تولید مقادیری نزدیک به حجم واقعی کمان های شمارش شده است. در عین حال برای بدست آوردن یک ماتریس یگانه، محدودیتهایی در قالب یک مسئله بهینه سازی به الگوریتم اعمال شد. این محدودیت ها شامل مقید کردن ماتریس تخمین زده شده به ماتریس اولیه و مقید کردن المان های ماتریس به مقادیر تولید و جذب سفر هر ناحیه در سال هدف می باشد. در نهایت با آزمایش این الگوریتم بر روی شبکه حمل و نقل سایوکس فالز کارایی الگوریتم ابتکاری سنجیده شد. مشاهده می شود که این الگوریتم پتانسیل بالایی جهت تخمین ماتریس مبداء-مقصد در شبکه های شلوغ با ابعاد متوسط تا بزرگ را داراست.***

**کلید واژه:** *ماتریس مبداء-مقصد، الگوریتم ابتکاری، مسئله بهینه سازی.*

[1] m.pooyanmehr@cv.iut.ac.ir

[2] shetab@cc.iut.ac.ir

[3] Hkarimi@gmail.com

## 1-مقدمه

در تحلیل مسائل حمل و نقل شهری، اطلاعات مربوط به تقاضای سفر، نقشی اساسی را برعهده دارد. معمولا این اطلاعات را به کمک ماتریسی به نام ماتریس مبداء-مقصد نشان می دهند که هر یک از المان های موجود در آن میزان سفر از یک ناحیه مبداء به یک ناحیه مقصد را نشان می دهد.

تخمین ماتریس مبداء-مقصد به دو روش مستقیم و غیر مستقیم انجام می گیرد. روشهای مستقیم شامل روشهای مشاهده ای، پرسش نامه ای و حضوری می باشند و روشهای غیر حضوری شامل روش های پرداخت شده برای شهرهای مشابه و روشهای برنامه ریزی ریاضی می باشد. عیب عمده روشهای مستقیم وقت گیر و هزینه بر بودن آنها می باشد، همچنین بدلیل نبودن شبکه مشابه با شبکه مورد مطالعه استفاده از این روش همواره امکانپذیر نیست، بنابراین برای صرفه جویی در وقت و هزینه استفاده از روشهای برنامه ریزی ریاضی توصیه می شود.

برای انجام مطالعات حمل و نقل، منطقه مورد مطالعه به تعدادی ناحیه تقسیم می شود. در یک شبکه حمل و نقل مجموعه ای از کمان ها، گره ها(مرکز نواحی مبداء - مقصد و تقاطع های مهم) را به هم وصل می کنند. فرض کنید اطلاعات ترافیکی (جریان وسایل نقلیه) تعدادی از کمان ها در دوره زمانی خاصی (مانند ساعت اوج یا میانگین روزانه) موجود باشد. مسئله تخمین ماتریس مبداء-مقصد در پی ماتریسی است که در صورت تخصیص آن به شبکه، جریان ترافیک کمان هایی که حجم وسایل نقلیه در آن ها موجود است را باز تولید کند. مسئله تخمین ماتریس تقاضا اگر برای دوره زمانی خاصی انجام شود یک مسئله تخمین استاتیک است در غیر این صورت یک مسئله تخمین ماتریس دینامیک می باشد.

اگر تنها از اطلاعات تعدادی از کمان ها جهت تخمین ماتریس مبداء-مقصد استفاده شود این امکان وجود دارد که بیش از یک ماتریس قادر به باز تولید حجم کمان های مورد نظر وجود داشته باشد. برای حل این مشکل و همچنین برای اینکه ماتریس تقاضای مطمئنی بدست آید منبع اطلاعات دیگری به نام ماتریس اولیه (ماتریس قدیمی) در صورت وجود مورد استفاده قرار می گیرد. این ماتریس می تواند حاوی اطلاعات تقاضای سفر سال های گذشته همان منطقه باشد و یا ماتریسی است که نیاز به تصحیح دارد.

شکل کلی مسئله تخمین ماتریس تقاضا بصورت زیر بیان می شود:

$$\min F(T,v) = \gamma_1 F_1(T,\bar{T}) + \gamma_2 F_2(V,\bar{V}) \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad v = \text{assign}(T) \quad (2)$$

$$T \in S \quad (3)$$

$$v, T \geq 0 \quad (4)$$

T : ماتریس تقاضا تخمین زده شده،

$\hat{T}$ : ماتریس تقاضا اولیه،

$F_1$ : فاصله بین ماتریس مبداء-مقصد اولیه و ماتریس تخمین زده شده

$F_2$ : فاصله بین حجم وسایل نقلیه شمارش شده و بر آورد شده،

$\gamma_1$ : ضریب تاثیر $F_1$،

$\gamma_2$ : ضریب تاثیر $F_2$،

V : بردار حجم جریان های برآورد شده از تخصیص تقاضای T به شبکه،

$\hat{V}$ : بردار حجم جریان های مشاهده شده در کمان های شبکه،

S : محدودیت های اضافی که توسط دیگر اطلاعات شبکه (غیر از حجم جریان مشاهده شده در کمان های شبکه) در دست هستند.

اگر ماتریس اولیه قابل اعتمادتر از حجم جریان های مشاهده شده در کمان ها باشد آنگاه $\gamma_1$ بزرگتر از $\gamma_2$ در نظر گرفته می شود و در غیر اینصورت $\gamma_2$ را بزرگتر از $\gamma_1$ در نظر می گیرند. بعبارت دیگر در صورتی که هدف نزدیک کردن ماتریس تخمین زده شده به ماتریس اولیه باشد، $\gamma_1$ را بزرگتر درنظر می گیرند و اگر هدف باز تولید هرچه بیهتر حجم جریان های مشاهده شده هر کمان باشد آنگاه $\gamma_2$ را بزرگتر در نظر می گیرند.

ون زولین و ویلامسن [1] (1980) دو مدل مهم از این نوع ارائه کردند. روش های مدل کردن ترافیک بطور مستقیم یا غیر مستقیم فرض می کنند که رفتار تولید سفر توسط مدل توزیع سفر معینی بیان می شود. مدل های ون زولین و ویلامسن (1980) براساس اصول کمترین اطلاعات و ماکسیمم انتروپی، که از مدل های توزیع سفر نوع ثقلی منجر می شوند، بدست آمده اند.

فیسک [2] (1988) مدل انتروپی زولین و ویلامسن را با در نظر گرفتن شرایط تعادل استفاده کننده بعنوان قید برای شبکه های شلوغ بسط داد. فیسک[3] (1989) می گوید، "اگر الگوی جریان ترافیک مشاهده شده یک الگوی جریان تعادلی استفاده کننده باشد، راه حل برای این مدل انتروپی همانند راه حل یک مدل ترکیبی توزیع-تخصیص خواهد بود.

در مدل فیسک و بویس [4] (1983)، فرض می شود که تعداد سفرهای تولید شده از هر ناحیه و جذب شده به هر ناحیه موجود است و بعنوان قید مسئله در نظر گرفته شده است. اختلاف اصلی بین مدل فیسک (1988) و مدل فیسک و بویس (1983) در قیدهای تخصیص می باشد. میزان ترافیک مشاهده شده در مدل ترکیبی ظاهر نمی شوند، ولی برای تعیین مقدار پارامتر $\mu$ در فاز تخصیص مورد استفاده قرار می گیرند.

نگوین [5] (1977) دو روش بر مبنای تعادل شبکه و انتخاب مسیر بهینه توسط استفاده کننده ارائه کرد. مدل اول برای مواقعی که حجم جریان در همه کمان ها موجود باشد و مدل دوم برای مواقعی که تنها اطلاعات کوتاهترین زمان سفر بین تمام زوج مبداء-مقصدها در دست باشد.

لبلانک و فرهنگیان با تاکید بر اینکه روش نگوین ممکن است بیش از یک جواب داشته باشد مدلی ارائه کردند که این مشکل را حل کند.

اسپایس[6] (1990) با تاکید بر اینکه روش های ارائه شده تا به آن روز بدلیل برخورداری از درجه محاسباتی بسیار پیچیده و نیاز به نرم افزار های ویژه به سادگی قادر به تخمین ماتریس مبداء-مقصد شبکه های شلوغ نمی باشند، مدل جدیدی برای تخمین ماتریس تقاضا بر اساس روش گرادیان ارائه کرد. وی مسئله بهینه سازی مورد نظر را بصورت یک برنامه کمینه سازی که تابع هدف آن حداقل کردن اختلاف بین حجم جریان مشاهده شده و حجم جریان حاصل از تخصیص می باشد، تعریف و مدل زیر را پیشنهاد کرد:

$$\min Z(T) = \frac{1}{2}\sum (V - \hat{V})^2 \tag{5}$$

$$\text{s.t. } v = \text{assign}(T) \tag{6}$$

$$T_{ij} \geq 0 \qquad \forall i, \tag{7}$$

اسپایس برای حل مسئله بالا حالت خاصی از روش گرادیان را مورد استفاده قرار داد. وی روش خود را در محیط نرم افزار EMME/2 پیاده سازی کرد و نشان داد که این روش برای شبکه های شلوغ و بزرگ بسیار کارا است.

روش اسپایس با وجود کارایی بسیار خوبی که دارد دارای محدودیت هایی نیز می باشد. بزرگترین مشکل روش اسپایس این است که نمی تواند به خوبی به ماتریس اولیه مقید بماند. باید در نظر داشت که اطلاعات موجود در ماتریس مبداء-مقصد اولیه تنها شامل اطلاعات توزیع سفر میان نواحی مختلف نیست، بلکه این ماتریس شامل اطلاعات تولید و جذب سفر توسط هر ناحیه و کل سفرهای منطقه مورد مطالعه نیز می باشد. بنابراین حفظ اطلاعات موجود در ماتریس اولیه بسیار مهم و اساسی است.

برای حل این مشکل دابلاس و بنیتز [7] (2005) با در نظر گرفتن معادلات تعادل شبکه، مسئله بهینه سازی بصورت زیر تعریف کردند:

$$\min z = \sum_{a \in A} (V_a - \widehat{V_a})^2 \tag{8}$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} v = \text{assign}(T) \\ l_{ij} \leq T_{ij} \leq u_{ij} \\ l_i^O \leq \sum_j T_{ij} \leq u_i^O \\ l_i^D \leq \sum_i T_{ij} \leq u_i^D \\ l \leq \sum_i \sum_j T_{ij} \leq u \end{cases} \tag{9}$$

بطوریکه $u$ و $l$ بترتیب مقادیر حد بالا و حد پایین روابط نشان داده شده در قیدها می باشند.

همانطور که ملاحظه می شود، تفاوت این مسئله و مسئله ارائه شده توسط اسپایس در قیدهای مسئله است. در این مسئله برای اینکه ماتریس تخمین زده شده به ماتریس اولیه مقید بماند، مرزهایی برای

سفرهای بین هر زوج مبداء-مقصد($T_{ij}$) ، سفرهای تولیدی از نواحی $\left(\sum_j T_{ij}\right)$، سفرهای جذب شده به نواحی $\left(\sum_i T_{ij}\right)$ و کل سفرهای موجود در شبکه حمل ونقل در بالا و پایین آن ها لحاظ شده است. مقدار این مرزها طبق تجربه و نظر کارشناس برنامه ریزی حمل و نقل و با توجه به ویژگی های شبکه حمل و نقل ارائه می گردند. دابلاس و بنیتز روش لاگرانژین مضاعف بهینه شده توسط الگوریتم فرانک ولف را برای حل این مسئله مورد استفاده قرار دادند. این روش برای تخمین ماتریس مبداء-مقصد شهر مادرید مورد استفاده قرار گرفت. مقایسه نتایج حاصل از بکارگیری این روش و نتایج حاصل از روش اسپایس نشان می دهند که روش بنیتز و دابلاس در نزدیکتر کردن ماتریس برآورد شده به ماتریس اولیه موفق تر از روش اسپایس عمل کرده است اما همچنان روش اسپایس در باز تولید حجم ترافیک کمان های مشاهده شده موفق تر است.

در همه روشهای معرفی شده در این بخش هدف پیدا کردن مسئله بهینه سازی با قابلیت تخمین دقیق ماتریس مبداء-مقصد بود. اما رویکردی که این پژوهش بسمت آن حرکت می کند ارائه الگوریتمی است که قادر به تخمین دقیق ماتریس مبداء-مقصد می باشد.

در ادامه این مقاله در بخش 2 الگوریتم ابتکاری معرفی می شود. در بخش 3 ماتریس متقاضای شبکه حمل و نقل سایوکس فالز بعنوان مثال تخمین زده می شود و جوابهای بدست آمده مورد بررسی قرار می گیرند و در بخش 4 نتایج حاصل از این مقاله ارائه می شود.

## 2-معرفی الگوریتم ابتکاری

فرض کنید $\Gamma^*(T)$ تابعی (عملگری) باشد که ماتریس مبداء-مقصد T را به شبکه N تخصیص داده و احجام تعادلی کمان های شبکه (یعنی $V^* = \Gamma^*(T)$ ) را ارائه می دهد. همچنین فرض کنید $\Gamma(T,t)$ تابعی (عملگری) باشد که ماتریس مبداء-مقصد T را به شبکه N، هنگامی که بردار میانگین زمان سفر کمان های شبکه t است، به روش همه یا هیچ تخصیص داده و حجم کمان های زیر مجموعه p از کمان های شبکه $\hat{V}_c = \Gamma(T,t)$ را در این حالت به ما می دهد. واضح است که $\Gamma(.)$ یک تابع یک به یک بین d و $\hat{V}_c$ نیست. یعنی $\Gamma^{-1}(\hat{V}_c,t)$ ماتریس منحصر به فردی ارائه نمی دهد.

حال برای اینکه در این فرآیند ماتریس منحصر به فردی بدست آید، محدودیتی بر $\Gamma^{-1}(\hat{V}_c,t)$ اعمال می کنیم . این محدودیت می تواند شامل مقید کردن ماتریس تخمین زده شده به ماتریس اولیه باشد. دربخش بعد محدودیت ها بطور کامل تشریح شده اند.

در الگوریتم ابتکاری مورد نظر، برای افزایش دقت و قابلیت اعتماد ماتریس تخمین زده شده، دو نکته در نظر گرفته می شود. نکته اول این است که در هر مرحله از الگوریتم، زمان سفرهای تعادلی هر

کمان که حاصل تخصیص ماتریس در مرحله قبل می باشد ماتریس کوتاهترین مسیر میان تمامی مبداء-مقصدها $Z$ را ارائه می دهد. کاملا واضح است که هر کدام از کمان هایی که حجم ترافیک آنها موجود می باشد در مسیر تعدادی از زوج مبداء-مقصدها قرار دارند. با داشتن حجم ترافیک حاصل از تخصیص ماتریس تخمین زده شده در مرحله قبل تفاضل میان مقدار واقعی و مقدار حاصل از تخصیص برای هریک از کمان های مشاهده شده$(\hat{V}_c - V_c^*)$ بدست می آید و در نتیجه می توان ماتریس جزئی (d) که این مقدار را تولید می کند بدست آورد. لحاظ کردن این نکته در الگوریتم موجب می شود که در هر مرحله اختلاف احجام واقعی و باز تولید شده برای هر کمان به زوج مبداء-مقصدهایی که آن کمان در کوتاهترین مسیر مابین آنها قرار دارد تأثیر گذارد.

نکته دوم این است که در هر مرحله کسری $(\alpha)$ از تفاضل میان حجم واقعی و باز تولید شده در مرحله قبل $(\alpha \times (\hat{V}_c - V_c^*))$ برای تخمین ماتریس جزئی (d) مورد استفاده قرار می گیرد. در نظر گرفتن این مسئله در الگوریتم مورد نظر موجب بالا رفتن دقت ماتریس تخمین زده شده می شود و در نتیجه این الگوریتم به خوبی قادر به نزدیک کردن احجام باز تولید شده به احجام واقعی می باشد.

بطور کلی می توان گفت که این الگوریتم، نوعی الگوریتم نموی است که در ابتدا ماتریس اولیه (T) را در اختیار می گیرد و سعی بر آن دارد که در هر مرحله با خواندن $\alpha \times (\hat{V}_c - V_c^*)$ حجم، مقدار T *را چنان تحیح کند که* $V_c^*$ به $\hat{V}_c$ نزدیک شود.

### 2-1-چگونگی تعیین ماتریس جزئی $d$

همانگونه که در بخش قبل تشریح شد برای اینکه در فرایند تخمین ماتریس مبداء-مقصد جوابی منحصر به فرد بدست آید می بایست محدودیتی به مسئله اعمال کرد. یک محدودیت ساده برای اعمال بر مسئله به گونه ای که مقدار $d$ بصورت یگانه تعیین شود، آن است که مقدار ماتریس $d$ در هر مرحله را چنان تعیین کنیم که ماتریس $T$ از ماتریس $T^b$ فاصله چندانی نگیرد. به عنوان مثال، ماتریس $d$ در مرحله $n$ ام از حل مسئله زیر به دست آید.

$$\mathbf{Min}\ (\mathbf{T^n} - \mathbf{T^b})'(\mathbf{T^n} - \mathbf{T^b}) \tag{10}$$

$$\mathbf{s.t:}\ \{\mathbf{z_c^{n-1}}\ \mathbf{d^n} = \alpha \times (\hat{\mathbf{V}}_c - \mathbf{V_c^{*\,n-1}}) \tag{11}$$

بطوریکه $T^n$ ماتریس در حال تخمین ، $T^b$ ماتریس اولیه، $\hat{\mathbf{V}}_c$ حجم واقعی کمانهای مشاهده شده، $\mathbf{V}_c^*$ حجم باز تولید شده کمانهای مشاهده شده و $\mathbf{z_c^{n-1}}$ ، ماتریس وقوع کمان های مربوط به زیر مجموعه $\mathbf{c}$ از کمان های شبکه در کوتاهترین مسیر بین مبدا- مقصدهای مختلف شبکه است. مشخص است که تعداد ردیف ماتریس $\mathbf{z_c^{n-1}}$ برابر تعداد کمان های عضو زیر مجموعه $\mathbf{c}$

یعنی $|c|$ بوده و تعداد ستون های این ماتریس برابر حاصلضرب تعداد مبداهای شبکه در تعداد مقصدهای آن است یعنی $(|K| \times |S|)$.

به عنوان مثال اگر در مرحله $(n-1)$ ام، کمان $l$ ام مربوط به زیر مجموعه $c$، واقع در کوتاهترین مسیر بین مبدا- مقصد $(k,s)$ باشد، المان مربوط به آن در ماتریس $z_c^{n-1}$ برابر 1 و در غیر اینصورت برابر صفر است.

به سادگی می توان اثبات کرد که مقدار $d^n$ در این حالت از رابطه زیر محاسبه می شود.

(12)

$$\mathbf{d}^n = z_p^{n-1'}\left(z_c^{n-1} z_c^{n-1'}\right)^{-1}\left(\alpha\left(\hat{V}_c - V_c^{*\,n-1}\right)\right) + z_c^{n-1'}\left(z_c^{n-1} z_c^{n-1'}\right)^{-1} z_c^{n-1}\left(\mathbf{T}^{n-1} - \mathbf{T}^{b}\right) - \left(\mathbf{T}^{n-1} - \mathbf{T}^{b}\right)$$

در جدول(1) تمامی توابع هدف مورد مطالعه در این پژوهش نشان داده شده ا ند.

جدول 1- *توابع هدف مورد مطالعه*

| ردیف | تابع هدف |
|---|---|
| 1 | $\left(\left(T_{ij}^{n} - T_{ij}^{b}\right)\right)'\left(\left(T_{ij}^{n} - T_{ij}^{b}\right)\right)$ |
| 2 | $\left(\left(T_{ij}^{n} - \left(\frac{O_i^*}{O_i^b}\right) T_{ij}^{b}\right)\right)'\left(\left(T_{ij}^{n} - \left(\frac{O_i^*}{O_i^b}\right) T_{ij}^{b}\right)\right)$ |
| 3 | $\left(\left(T_{ij}^{n} - T_{ij}^{\wedge}\right)\right)'\left(\left(T_{ij}^{n} - T_{ij}^{\wedge}\right)\right)$ |
| 4 | $'\left(O_i^{n} - O_i^{*}\right) + \theta_2 * \left(D_j^{n} - D_j^{*}\right)'\left(D_j^{n} - D_j^{*}\right)$ |
| 5 | $\left(\frac{\left(T_{ij}^{n} - T_{ij}^{b}\right)}{\sqrt{T_{ij}^{b}}}\right)'\left(\frac{\left(T_{ij}^{n} - T_{ij}^{b}\right)}{\sqrt{T_{ij}^{b}}}\right)$ |
| 6 | $\left(\frac{\left(T_{ij}^{n} - \left(\frac{O_i^*}{O_i^b}\right) T_{ij}^{b}\right)}{\sqrt{\left(\frac{O_i^*}{O_i^b}\right) T_{ij}^{b}}}\right)'\left(\frac{\left(T_{ij}^{n} - \left(\frac{O_i^*}{O_i^b}\right) T_{ij}^{b}\right)}{\sqrt{\left(\frac{O_i^*}{O_i^b}\right) T_{ij}^{b}}}\right)$ |
| 7 | $\left(\frac{\left(T_{ij}^{n} - T_{ij}^{\wedge}\right)}{\sqrt{T_{ij}^{\wedge}}}\right)'\left(\frac{\left(T_{ij}^{n} - T_{ij}^{\wedge}\right)}{\sqrt{T_{ij}^{\wedge}}}\right)$ |

تابع هدف شماره 1 یکی از توابع هدفهای مرسوم در تخمین ماتریس مبداء-مقصد می باشد و هدف ا ز استفاده از آن نزدیک کردن ماتریس تخمین زده شده به ماتریس اولیه می باشد.

تابع هدف شماره 2 با لحاظ کردن نسبت میزان تولید سفر واقعی به میزان تولید سفر اولیه سعی در مقید کردن ماتریس مبداء-مقصد تخمین زده شده به نزدیک ماندن به مقادیر تولید سفر را دارد.

در تابع هدف شماره 3، $T_{ij}^{\wedge}$ از روش فراتر به دست آمده است. در این تابع هدف در جهت رسیدن به هدف ذکر شده برای تابع هدف 2 ، بجای استفاده از نسبت $\left(\frac{O_i^*}{O_i^b}\right)$، از روش فراتر برای مقید کردن ماتریس تخمین زده شده به مقادیر تولید و جذب سفر نهایی استفاده شده است.

در تابع هدف 4 تنها از مجموع مربعات اختلاف بین مقادیر تولید و جذب سفر ماتریسهای تخمین زده شده و نهایی استفاده شده است. بنابراین توقعی که از این تابع هدف وجود دارد این است که مقادیر تولید و جذب سفر نهایی را بخوبی باز تولید کند.

تابع هدف 5 همان تابع هدف 1 می باشد که بصورت نسبی نوشته شده است. هدف از نسبی کردن تابع هدف 1 بالا بردن دقت تخمین ماتریس مبداء-مقصد و نزدیک نگه داشتن ماتریس تخمین زده شده به ماتریس نهایی (هدف) می باشد.

توابع هدف 6 و 7 به ترتیب حالت نسبی توابع هدف 2 و 3 می باشند که به منظور بالا بردن دقت تخمین ماتریس مبداء-مقصد طراحی شده اند.

**2-2-ارائه الگوریتم ابتکاری**

با توجه به موارد تشریح شده در بالا الگوریتم ابتکاری بصورت زیر ارائه می گردد.

1- مقدار دهی اولیه . شمارنده را 1 قرار بده و ماتریس اولیه $T^b$ را بگیر.

2- ماتریس اولیه را به شبکه حمل و نقل تخصیص بده. (با استفاده از یک روش تخصیص ترافیک تعادلی)

3- رابطه زیر را کنترل کن.

$$|\mathbf{v}_c^* - \hat{\mathbf{v}}_c| < \epsilon \tag{13}$$

بطوریکه $\epsilon$ یک مقدار کوچک می باشد. و $V_c^*$ و $\hat{V}_c$ به ترتیب حجم باز تولید شده و حجم واقعی کمانهای مشاهده شده می باشند.

اگر این رابطه بر قرار بود پایان وگرنه به مرحله 4 برو.

4- زمان سفرهای حاصل از تخصیص تعادلی ماتریس مبداء-مقصد را بدست آور و ماتریس وقوع کوتاهترین مسیرها $z_c$ را بدست آور.

5- با استفاده از رابطه ارائه شده برای تعیین ماتریس جزئی d ، این ماتریس را تخمین بزن. رابطه کلی تعیین ماتریس جزئی بصورت زیر می باشد:

$$\mathbf{d} = \boldsymbol{\Gamma}^{-1}\left(\alpha \times \left(\widehat{\mathbf{V}}_c - \mathbf{V}_c^*\right), \mathbf{t}^*\right) \quad (14)$$

6- ماتریس مبداء-مقصد را بروز کن.

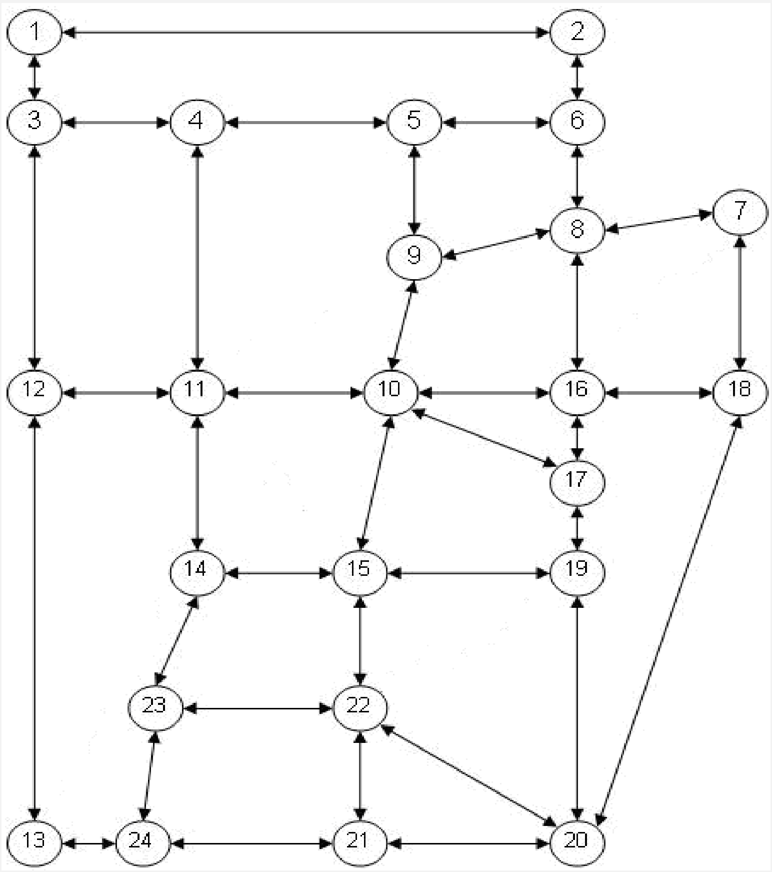
$$\mathbf{T} = \mathbf{T} + \mathbf{d} \quad (15)$$

7- ماتریس بدست آمده را به شبکه تخصیص بده و سپس به 3 برو.

## 3- کارایی الگوریتم پیشنهادی

### 3-1-حل یک مثال

حال جهت بررسی ویژگی های الگوریتم پیشنهادی، ماتریس مبداء-مقصد شبکه خیابان های سایوکس فالز را تخمین می زنیم. شبکه مذکور شامل 24 گره، 76 کمان و 552 زوج مبداء-مقصد می باشد. لازم بذکر است که این شبکه بعنوان یک شبکه شلوغ با ابعاد متوسط شناخته می شود. شکل (1) شبکه سایوکس فالز را نشان می دهد.




شکل 1-*شبکه سایوکس فالز*

بمنظور تعیین ماتریس مبداء-مقصد اولیه، فرض کردیم که المان های ماتریس اولیه بصورت تصادفی و با استفاده از تابع توزیع نرمال با انحراف معیار 0/8 حول المان های ماتریس هدف (ماتریس جدول) بدست آمده باشد. الگوریتم مورد نظر برای هر یک از توابع هدف بصورت جداگانه در محیط نرم افزار gauss9.0 برنامه نویسی شد. لازم بذکر است که روش تخصیص ترافیک مورد استفاده در برنامه ها، روش تخصیص ترافیک فرانک ولف می باشد.

جهت تعیین کارایی الگوریتم با توجه به توابع هدف متفاوت و با توجه به این مسئله که با انتخاب هر گروه از کمان ها بعنوان مجموعه کمان های شمارش شده جوابهای متفاوتی برای هر یک از برنامه های نوشته شده بدست می آید، برای اینکه مسئله تصادفی بودن انتخاب کمان ها تاثیری در بررسی کارایی هر یک از برنامه ها نداشته باشد، هر یک از برنامه ها که مربوط به یکی از توابع هدف جدول می باشند به تعداد 25 مرتبه اجرا شدند . پارامتر های نشان داده شده در جدول (2) (نسبت مجموع مربع اختلاف میان پارامترهای تخمین زده شده و مقدار واقعی و مجموع مربع اختلاف بین مقدار اولیه و مقدار واقعی) در هریک از تکرارها برای هریک از برنامه ها بدست آمدند. نتایج حاصل از حل مثال با استفاده از هر یک از برنامه ها در جدول (3) نشان داده است.

جدول 2- *پارامترهای تعریف شده جهت تعیین کارایی الگوریتم*

| ردیف | پارامتر جهت تعیین کارایی الگوریتم | توضیحات |
|---|---|---|
| 1 | $P_O = \frac{\sum (O_i^n - O_i^*)^2}{\sum (O_i^b - O_i^*)^2}$ | این پارامتر نسبت مجموع مربعات اختلاف بین میزان تولید سفر تخمین زده شده و هدف برای 25 مرتبه تکرار و مجموع مربعات اختلاف بین میزان تولید سفر اولیه و هدف را برای 25 مرتبه تکرار ارائه می کند. |
| 2 | $P_D = \frac{\sum (D_j^n - D_j^*)^2}{\sum (D_j^b - D_j^*)^2}$ | این پارامتر نسبت مجموع مربعات اختلاف بین میزان جذب سفر تخمین زده شده و هدف برای 25 مرتبه تکرار و مجموع مربعات اختلاف بین میزان جذب سفر اولیه و هدف را برای 25 مرتبه تکرار ارائه می کند. |
| 3 | $P_T = \frac{\sum (T_{ij}^n - T_{ij}^*)^2}{\sum (T_{ij}^b - T_{ij}^*)^2}$ | این پارامتر نسبت مجموع مربعات اختلاف بین المان های ماتریس سفر تخمین زده شده و هدف برای 25 مرتبه تکرار و مجموع مربعات اختلاف بین المان های ماتریس سفر اولیه و هدف را برای 25 مرتبه تکرار ارائه می کند. (این نسبت برای این مثال که ماتریس هدف آن وجود دارد مورد استفاده قرار گرفته است) |
| 4 | $P_{V_c} = \frac{\sum (V_{cij}^n - V_{cij}^*)^2}{\sum (V_{cij}^b - V_{cij}^*)^2}$ | این پارامتر نسبت مجموع مربعات اختلاف بین حجم کمان های بازتولید شده و واقعی را برای 25 مرتبه تکرار و مجموع مربعات اختلاف بین میزان تولید سفر اولیه و واقعی را برای 25 مرتبه تکرار ارائه می کند. |

| | | |
|---|---|---|
| 5 | $$P_{V_{nc}} = \frac{\Sigma(V_{ncij}^{n}-V_{ncij}^{*})^2}{\Sigma(V_{ncij}^{b}-V_{ncij}^{*})^2}$$ | این پارامتر نسبت مجموع مربعات اختلاف بین حجم کمان هایی که مشاهده نشده اند و مقدار واقعی آنها برای 25 مرتبه تکرار و مجموع مربعات اختلاف بین حجم اولیه کمان های مشاهده نشده و مقدار واقعی آنها را برای 25 مرتبه تکرار ارائه می کند. (این نسبت برای این مثال که ماتریس هدف آن وجود دارد مورد استفاده قرار گرفته است) |
| 6 | $$P_V = \frac{\Sigma(V_{ij}^{n}-V_{ij}^{*})^2}{\Sigma(V_{ij}^{b}-V_{ij}^{*})^2}$$ | این پارامتر نسبت مجموع مربعات اختلاف بین حجم تمامی کمان های شبکه و مقدار واقعی آ برای 25 مرتبه تکرار و مجموع مربعات اختلاف بین حجم اولیه تمامی کمان های شبکه و مقدار واقعی آنها 25 مرتبه تکرار را ارائه می دهد. (این نسبت برای این مثال که ماتریس هدف آن وجود دارد مورد استفاده قرار گرفته است) |

جدول 3- *جوابهای حاصل از حل مثال*

| شماره برنامه | (1)$P_V$ | (2) $P_{V_{nc}}$ | (3) $P_{V_c}$ | (4) $P_T$ | (5) $P_D$ | (6) $P_O$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0/53 | 0/7 | 0/14 | 0/97 | 0/75 | 0/8 |
| 2 | 0/30 | 0/04 | 0/07 | 0/85 | 0/60 | 0/06 |
| 3 | 0/16 | 0/22 | 0/03 | 0/80 | 0/03 | 0/03 |
| 4 | 0/09 | 0/13 | 0/01 | 0/83 | 0/00 | 0/00 |
| 5 | 0/43 | 0/60 | 0/06 | 0/93 | 0/64 | 0/67 |
| 6 | 0/28 | 0/38 | 0/04 | 0/84 | 0/57 | 0/11 |
| 7 | 0/14 | 0/19 | 0/02 | 0/79 | 0/05 | 0/05 |

با توجه به جدول (3) مشاهده می شود که برنامه شماره 4 (تابع هدف4) در مجموع موفق تر از توابع دیگر عمل می کند. همانگونه که از توضیحات این تابع هدف در بخش (2-1) دیده می شود، این تابع هدف بخوبی توانسته است مقادیر تولید و جذب سفر(بترتیب در ستون های (6) و (5)) برای هر یک از نواحی را باز تولید کند، این تابع هدف همچنین توانسته است احجام مشاهده شده و مشاهده نشده (بترتیب در ستون های (3) و (2)) را بخوبی باز تولید کند (البته نتیجه آخر بیشتر مربوط به عملکرد الگوریتم می باشد گرچه نوع تابع هدف بی تاثیر نمی باشد).

در میان توابع هدف مورد مطالعه، تابع هدف شماره 7 نسبت به مابقی توابع هدف مقادیر المان های ماتریس را بخوبی تخمین می زند، این نکته با مقایسه مقادیر نسبتها در ستون (4) قابل مشاهده است. رتبه بندی هر یک از برنامه ها در تخمین و باز تولید اطلاعات مختلف شبکه در جدول (4) نشان داده شده است. بر اساس این جدول برنامه شماره 4 (تابع هدف4) رتبه اول و برنامه شماره 1 (تابع هدف1) رتبه هفتم (آخر) را به خود اختصاص می دهند.

همچنین در مجموع توابع هدف نسبی (توابع هدف 5 تا7) نسبت به توابع هدف غیر نسبی متناظرشان (توابع هدف 1 تا3) جوابهای بهتر ارائه می دهند.

جدول 4- *رتبه بندی توابع هدف بر اساس نحوه عملکرد و میزان کارایی*

| شماره برنامه | رتبه بندی برنامه ها | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | (1)$P_V$ | (2) $P_{V_{nc}}$ | (3) $P_{V_c}$ | (4) $P_T$ | (5) $P_D$ | (6) $P_O$ |
| 1 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 2 | 5 | 5 | 6 | 5 | 5 | 4 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 |
| 4 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 1 |
| 5 | 6 | 6 | 5 | 6 | 6 | 6 |
| 6 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 5 |
| 7 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 3 |

## 4-نتیجه گیری و پیشنهادات

در این پژوهش با رویکرد به سمت رعایت تمامی معیارهای مورد نظر در تخمین ماتریس مبداء-مقصد و استفاده از تمامی اطلاعات موجود در شبکه ، الگوریتم ابتکاری ارائه گردید که قابلیت استفاده در تخمین ماتریس مبداء-مقصد در شبکه های شلوغ با ابعاد متوسط تا بزرگ را داراست. از ویژگی های الگوریتم ارائه شده می توان به موارد زیر اشاره کرد:

1- مسائل بهینه سازی تعریف شده خطی می باشند و ا ین مسئله موجب سهولت تعیین رابطه ای برای بدست آوردن ماتریس جزئی (d) می شود. در مجموع الگوریتم ارائه شده ساده می باشد و پیچیدگی محاسباتی خاصی در آن مشاهده نمی شود.

2- این الگوریتم سعی در تخمین نموی (جزئی) ماتریس مبداء-مقصد را دارد. این جمله بدین معنی است که در هر مرحله از الگوریتم، کسری از اختلاف بین حجم ترافیک باز تولید شده و حجم واقعی کمان ها به زوج مبداء-مقصدهایی که این کمان ها در کوتاهترین مسیر میان آنها قرار دارند اختصاص می یابد و این امر موجب تخمین ماتریس مبداء-مقصدی می شود که بخوبی قادر به باز تولید حجم کمان های مشاهده شده می باشد.

3- با استفاده از توابع هدفی که منجر به تعیین ماتریس جزئی d می شود می توان ماتریس مبداء-مقصد را مقید به اطلاعات موجود کرد. برای مثال تابع هدف شماره 1 می تواند ماتریس در حال تخمین را به ماتریس اولیه نزدیک نگه دارد. لازم بذکر است که در این پژوهش توابع هدف متنوعی ارائه گردید که بر اساس آزمایش انجام شده بر روی شبکه سایوکس فالز تابع هدف 4 که بصورت زیر تعریف می شود

$$\theta_1 * (O_i^n - O_i^*)'(O_i^n - O_i^*) + \theta_2 * \left(D_j^n - D_j^*\right)'\left(D_j^n - D_j^*\right) \qquad (16)$$

در میان تمامی توابع هدف رتبه اول و تابع هدف شماره 1 که بصورت زیر نمایش داده می شود

$$\left(\left(T_{ij}^n - T_{ij}^b\right)\right)'\left(\left(T_{ij}^n - T_{ij}^b\right)\right) \qquad (17)$$

رتبه آخر را برای تخمین و بازتولید اطلاعات شبکه بدست می آورند.

لازم بذکر است که توابع هدف نسبی (توابع هدف 5 تا 7 ) نسبت به توابع غیر نسبی متناظرشان

(توابع هدف 1 تا3) جوابهای بهتری ارائه می دهند.

4- در این الگوریتم برای کاهش مدت زمان اجرای سعی شد تا در تخصیص تعادلی ماتریس مبداء-مقصد در هر مرحله ، از نتایج تخصیص ماتریس مبداء-مقصد در مرحله قبل استفاده شود. این مسئله زمانی اهمیت پیدا می کند که تخمین ماتریس مبداء-مقصد برای یک شبکه بزرگ مد نظر باشد.

در پایان پیشنهاد می شود که این الگوریتم برای شبکه های شلوغ و بزرگ شهری نظیر شبکه حمل و نقل شهری اصفهان مورد استفاده قرار گیرد و جواب های آن با جواب های حاصل از روشهایی نظیر روش اسپایس (1990) که برای شبکه های شلوغ و بزرگ کارایی خوبی دارند مقایسه گردد.

## 5-منابع


[1]- Van Zuylen H. J. & Willumsen L. G. ,"The Most Likely Trip Matrix Estimated From Traffic Counts", Transpotation Research, 14B, PP. 291-293, 1980.

[2]- Fisk,C.S., on combining maximum entropy trip matrix estimation with user optimal assignment, Transportation Research, 22B, 69-73, 1988.

[3]- Fisk,C.S.,"Trip matrix estimation from link traffic counts: the congested network case". Transportation Research, 23B0 331-336.1989.

[4]- Fisk,C.S., Boyce,D.E., A note on trip matrix estimation from link traffic count data. Transportation Research. 17B, 245-250, 1983.

[5]- Nguyen,s., Estimation an OD matrix from network data: a network equilibrium approach. Publication No. 60,Centre de Recherche sur les Transports, Universite de Montreal,Montreal,1977.

[6]- Spiess,H.,A gradient approach for the OD matrix adjustment. CRTPub.No.693, Centre de Recherche sur les Transports, Universite de Montreal,Montreal,1990.

[7]- Doblas.J, Benitez.F.G., "An approach to estimating and updating Origin-Destination matrices base upon traffic counts preserving the prior structure of a survey matrix", Transportation research, 39B, 565-591,2005.